

# CT 模体投影解析计算及其在射束硬化校正中的应用

汤少杰, 牟轩沁, 闫浩, 杨莹

(西安交通大学图像处理与模式识别研究所, 710049, 西安)

**摘要:** 为了开发出有效的医学诊断 X 射线 CT(计算机断层扫描)射束硬化校正方法, 结合 X 射线源能谱分布以及数学 CT 模体内各区域的几何形状和材料成分, 提出一种宽能谱 X 射线投影解析计算方法. 首先在仅考虑人体组织的前提下将 CT 值映射为材料成分, 然后采用解析方法确定区域边界, 最后根据 X 射线能谱分布计算投影数据. 与线积分投影比较, 该方法不但能够生成更真实的投影, 而且能够为射束硬化校正与 CT 重建研究提供统一的投影数据. FORBILD 头部模体实验结果表明, 骨校正的骨区域 CT 值不一致误差比水校正的小 4~5 Hu, 比单能谱重建的大 5~6 Hu.

**关键词:** X 射线; 解析计算; 射束硬化; 能谱分布

**中图分类号:** TP391.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2008)06-0664-05

## Analytic Calculation of CT Phantom Projections and Its Application in Beam Hardening Correction

TANG Shaojie, MOU Xuanqin, YAN Hao, YANG Ying

(Institute of Image Processing and Pattern Recognition, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** To develop an efficient beam hardening correction for medical diagnostic X-ray CT (computed tomography), an analytic calculation method was proposed to simulate polychromatic X-ray projections. The method combines the energy spectrum distribution of X-ray source, geometrical shapes and material compositions of sub-regions of phantoms. Firstly, CT values are mapped into material compositions under the precondition that only human being tissues are considered. And then, boundaries of sub-regions are determined by the proposed analytic method. Finally, projections are calculated according to the energy spectrum distribution of X-ray source. Compared with the linear integral projecting, the proposed method can not only generate more realistic projections, but also provide a unified projection data for beam hardening correction and CT reconstruction. Experiments of FORBILD head phantom show that the CT-value inconsistency error of bone correction in bone region is lower than the water correction around 4-5Hu, but higher than the monochromatic reconstruction around 5-6Hu.

**Keywords:** X-ray; analytic calculation; beam hardening; energy spectrum distribution

医学 X 射线 CT(计算机断层扫描)重建与校正是当前的研究热点. 科研工作者经过长期努力, 目前已经能够保证重建算法的精确实现, 然而对重建算

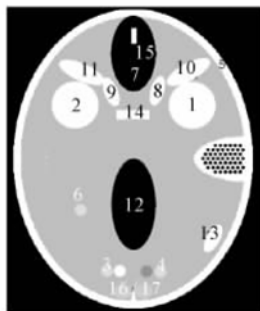
法的性能评估大多仍基于数学 CT 模体的线积分投影<sup>[1]</sup>, 而这种投影与实际投影存在差异<sup>[2-3]</sup>. 在众多 X 射线 CT 校正中, 射束硬化校正由于与成像系

统和成像对象都密切相关,所以校正难度较大.另外,大多数射束硬化校正方法沿用不同的工程化手段,导致实验结果之间缺乏可比较性,这种状况也直接阻碍了对校正性能的分析比较.本文提出一种数学 CT 模体宽能谱投影的解析仿真方法,设计了反映重建 CT 值不一致程度的误差指标,形成重建算法和射束硬化校正研究的统一框架<sup>[4-5]</sup>,分析比较了水校正<sup>[6]</sup>、骨校正<sup>[7]</sup>和经验杯形校正(ECC)<sup>[8]</sup>等传统射束硬化校正方法的校正性能.

## 1 模体参数与材料映射

### 1.1 模体参数

FORBILD 头部模体各子区域的几何形状、CT 值以及与人体头部解剖结构的对应关系在文献[9]中有详细描述.为了获取与现实被成像物体的可比较性,将模体边长映射为 256 mm,该长度与人类头部直径基本相当.模体各主要区域编号如图 1 所示.



1,2:60 Hu; 3:52.5 Hu; 4:47.5 Hu; 5,8~11,14~17:800 Hu;  
6:50 Hu; 7:1 000 Hu; 12:45 Hu; 13:55 Hu

图1 FORBILD 头部模体及各区域编号

### 1.2 材料映射

虽然文献[9]中已经给出 FORBILD 头部模体内各子区域的详细信息,但是其材料成分和质量密度仍然未知.计算质量衰减系数必须用到它们,可是很难仅从 CT 值直接确定这些未知量,因为这是一个多解难题.考虑到模体各子区域材料均为人体组织,借鉴文献[10]的计算方法,将 FORBILD 头部模体各子区域根据 CT 值映射为人体组织材料成分和质量密度.随后使用 NIST 的 XCOM 软件计算质量衰减系数<sup>[11]</sup>.

## 2 几何模型与投影计算

### 2.1 坐标系定义

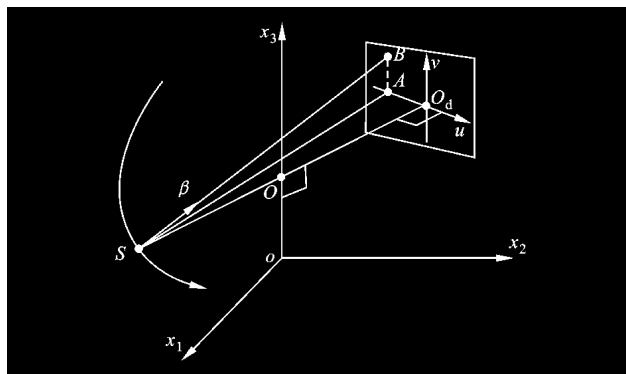
X 射线 CT 成像系统的坐标系定义如图 2 所

示,其中从 X 射线源点 S 指向检测器像素点 B 的单位矢量可下式计算

$$\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \beta_3) = (\mathbf{z} - \mathbf{y}) / \|\mathbf{z} - \mathbf{y}\| \quad (1)$$

式中: $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)$ 和 $\mathbf{z} = (z_1, z_2, z_3)$ 分别为 X 射线源点 S 和检测器像素点 B 的坐标. X 射线 SB 可以参数化表示为

$$\mathbf{x} = \mathbf{y} + t\boldsymbol{\beta} \quad t \geq 0 \quad (2)$$



$uO_d-v$ :检测器坐标系;  $x_1-x_2-x_3$ :世界坐标系;

O:系统旋转中心; SB:X 射线投影路径; BA: $u$  轴的垂线

图2 X 射线 CT 成像系统示意图

### 2.2 边界参数确定

FORBILD 头部模体中子区域几何形状包括球体、椭球体、椭圆柱体和椭圆锥体等,球体可看作椭球体的特例.首先定义一般几何体的内外函数 $F(\mathbf{x})$ , $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ 为空间中任意一点的坐标, $\mathbf{x}_0 = (x_{01}, x_{02}, x_{03})$ 为几何体的中心坐标, $\theta, \omega$ 与 $\phi$ 分别为绕几何体 3 个正交半轴旋转的角度,3 个正交半轴的长度分别为 $a, b$ 与 $c$ .为使投影计算更简便,定义对应的标准几何体,其内外函数为 $F'(\mathbf{x}')$ .采用下式将一般几何体变换为标准几何体

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Theta} \begin{bmatrix} \mathbf{x}' \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $\boldsymbol{\Theta}$ 为以 $\mathbf{x}_0, \theta, \omega, \phi, a, b, c$ 为参数的仿射变换.使用 $\boldsymbol{\Theta}$ 的逆矩阵 $\boldsymbol{\Theta}^{-1}$ ,X 射线源点 S 变换后的坐标 $\mathbf{y}'$ 可由下式得到

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}' \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Theta}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4)$$

同样可以确定单位矢量 $\boldsymbol{\beta}$ 变换后的矢量 $\boldsymbol{\beta}'$ .X 射线 SB 变换后的 X 射线 $S'B'$ 可参数化表示为 $\mathbf{x}' = \mathbf{y}' + t'\boldsymbol{\beta}'$ , ( $t' \geq 0$ ).根据微分几何理论,标量参数 $t$ 在仿射变换下为不变量,即 $t' = t$ .仿射变换 $\boldsymbol{\Theta}^{-1}$ 执行后,结合标准几何体边界解析表达式,将产生一个关于参数 $t$ 的一元二次方程.方程的 2 个不同正实数解,分别为 X 射线 $S'B'$ 与标准几何体的 2 个交点 $S'_a, S'_b$

的参数  $t_a$ 、 $t_b$ , 几何体边界内的 X 射线长度可以由此得到。

### 2.3 边界参数排序

对于第  $i$  条 X 射线, 假定已经计算得到与所有子区域边界相交点的参数  $t$ , 将所有这些参数按升序排列成如下数组

$$T_i = \{t_m \mid t_n \leq t_{n+1}; m, n, n+1 \in N; m, n+1 \leq N_i\} \quad (5)$$

式中:  $N_i$  为第  $i$  条 X 射线与模体内所有子区域边界的交点总数。这样参数  $t$  的半无限区间  $[0, \infty)$  就被分割成多个子区间。对于每个子区间, 它的长度以及中间点参数可以计算得到并分别表示为  $|t_{n+1} - t_n|$  和  $t_{n,n+1} = (t_n + t_{n+1})/2$ 。根据  $x' = y' + t_{n,n+1}\beta'$ , 能够判断出该中间点包含于模体中的哪个子区域, 从而可以根据前面介绍的方法确定出 CT 值、组织质量密度、元素质量分数和质量衰减系数。

### 2.4 投影计算

已知第  $i$  条 X 射线点  $t_n$  处的 X 射线能谱分布函数  $P_i(t_n, \epsilon)$ , 可根据子区间长度、组织质量密度和质量衰减系数计算出下一点  $t_{n+1}$  处的 X 射线能谱分布函数

$$P_i(t_{n+1}, \epsilon) = P_i(t_n, \epsilon) \exp[-\mu(t_{n,n+1}, \epsilon) \rho(t_{n,n+1}) |t_{n+1} - t_n|] \quad (6)$$

式中:  $\epsilon$  为 X 射线光子能量;  $\mu(t_{n,n+1}, \epsilon)$  与  $\rho(t_{n,n+1})$  为点  $t_{n,n+1}$  处的质量衰减系数和组织质量密度。只要第  $i$  条 X 射线参数数组  $T_i$  中所有参数  $t$  都按式(6)遍历过, 该 X 射线所对应的最终投影数据就可以按照如下公式计算得到

$$f_i = \ln \left\{ \int_{\epsilon_{\min}}^{\epsilon_{\max}} P_i(t_1, \epsilon) Q(\epsilon) d\epsilon / \int_{\epsilon_{\min}}^{\epsilon_{\max}} P_i(t_{N_i}, \epsilon) Q(\epsilon) d\epsilon \right\} \quad (7)$$

式中:  $t_1$  与  $t_{N_i}$  为第  $i$  条 X 射线第一个和最后一个边界点的位置参数;  $Q(\epsilon)$  为 X 射线检测器的吸收能谱;  $\epsilon_{\min}$  与  $\epsilon_{\max}$  分别表示 X 射线能谱分布函数中的最小和最大光子能量。

## 3 数值模拟与分析

### 3.1 机械参数与 X 射线能谱分布

X 射线源扫描轨迹为半径 50 cm 的圆, 检测器抽样为等距类型, 点  $O$  与  $O_d$  之间的距离也为 50 cm。检测器包含  $850 \times 80$  像素, 每像素覆盖  $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$  面积。当 X 射线源点转过一个完整的圆形, 系统就可以等角度地采集 1 080 个锥形束投影。模拟过程考虑了 X 射线源发射能谱<sup>[12]</sup>与 CsI X 射线检

测器吸收能谱的共同作用。宽能谱 X 射线管电压为 120 kV, 外加 35 mm 铝板对 X 射线衰减。单能谱光子能量为 66 keV, 为宽能谱的等效能量。

### 3.2 Feldkamp 重建<sup>[13]</sup>

重建图像包含  $512 \times 512$  像素, 重建平面包含于锥形束中间平面, 重建结果见图 3。

图 3g、图 3h、图 3i 中条纹与杯形伪影等射束硬化现象清晰可见, 如在  $x_1 = 0 \text{ mm}$  切片处的宽能谱重建和差图像中子区域 14 延伸方向有条纹伪影, 同样在  $x_3 = 0 \text{ mm}$  切片处的宽能谱重建和差图像中区域 10 和 11 延伸方向也有条纹伪影, 并且从所有差图像中能观察到杯形伪影。

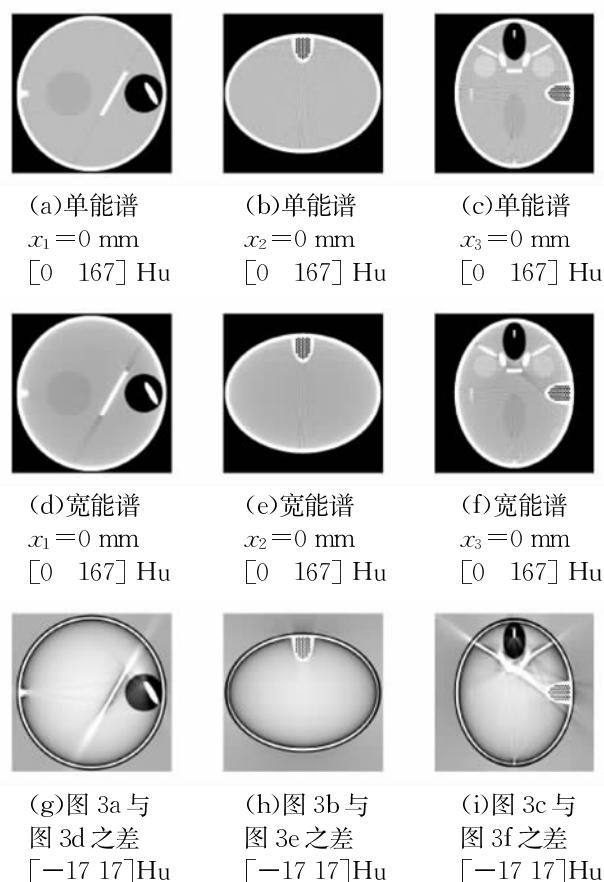


图3 单能谱投影重建与宽能谱投影重建结果比较

### 3.3 射束硬化校正方法的评估

由图 4 中的模体  $x_3 = 0 \text{ mm}$  切片校正前后的重建结果可见, 骨校正(图 4b、图 4e)与水校正(图 4a、图 4d)和 ECC(图 4c、图 4f)相比有明显的亮条纹, 表明骨校正除了具有与水校正和 ECC 类似的对杯形伪影的校正能力外, 还具有对条纹伪影的良好校正能力。重建图像第 257 行处的截面曲线如图 5 所示。该区域具有非常高的密度对比度和空间分辨率, 对应于人体头部耳蜗位置。从图 5 中可以看出, 骨校正能够降低射束硬化造成的重建偏差, 改善 CT 系

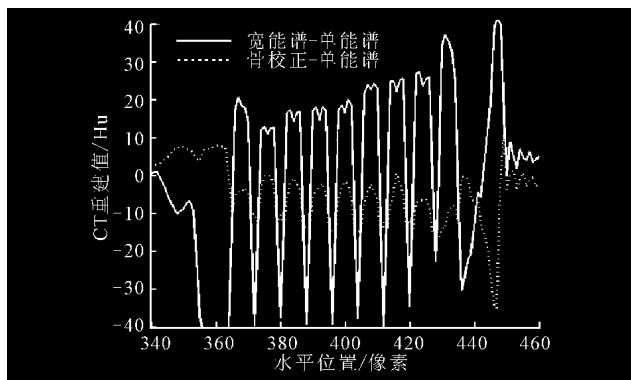
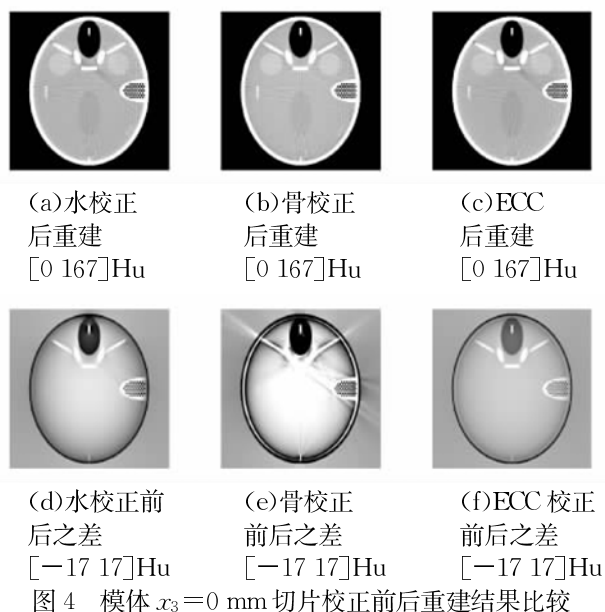


图5 模体  $x_3=0$  mm 切片第 257 行处校正重建结果比较

统调制传递函数(MTF)的特性。

### 3.4 数据分析

引入指标  $i_b$  与  $i_s$  定量表达重建图像中骨与软组织区域重建的不一致误差

$$i_b = \left\{ \sum_{i,j \in R_b} |I(i,j) - m_b| \right\} / N_b \quad (8)$$

$$i_s = \left\{ \sum_{i,j \in R_s} |I(i,j) - m_b| \right\} / N_s \quad (9)$$

$$m_b = \left\{ \sum_{i,j \in R_b} I(i,j) \right\} / N_b \quad (10)$$

$$m_s = \left\{ \sum_{i,j \in R_s} I(i,j) \right\} / N_s \quad (11)$$

式中:  $I$  为重建图像;  $R_b$  与  $R_s$  代表骨与软组织区域;  $N_b$  与  $N_s$  代表骨与软组织区域内的像素总数。骨与软组织区域定义为 FORBILD 头部模体原始定义中 CT 值为 800 Hu 与 50 Hu 的区域。

表 1 与表 2 比较了在 3 个切片位置处骨与软组织区域重建的不一致误差。对于骨区域,水校正和

ECC 性能几乎相仿,而骨校正更加接近单能谱的结果。对于软组织区域,水校正略优于 ECC,骨校正略优于前二者。图 6 和图 7 用于考察各校正方法的全局性能。由图 6 可以看出,水校正和 ECC 比宽能谱重建改进了 3~4 Hu,骨校正比前二者改进了 4~5 Hu,比单能谱重建差 5~6 Hu。由图 7 可以看出,水校正和 ECC 比宽能谱重建改进了 2~3 Hu,骨校正比前二者改进了 0~2 Hu,比单能谱重建差了 2 Hu。由图 6 和图 7 可得出与表 1 和表 2 类似的结论。对所有区域,可将宽能谱与单能谱的不一致误差指标看作是校正性能的上下界,因此骨校正仍存在改进空间。

表 1 骨区域重建不一致误差

| 重建  | CT 值/Hu    |            |            |
|-----|------------|------------|------------|
|     | $x_1=0$ mm | $x_2=0$ mm | $x_3=0$ mm |
| 宽能谱 | 27.506 0   | 27.326 4   | 29.754 7   |
| 单能谱 | 15.564 5   | 17.247 3   | 17.506 4   |
| 水校正 | 22.008 8   | 23.600 4   | 23.511 3   |
| 骨校正 | 19.640 3   | 19.855 1   | 21.360 5   |
| ECC | 23.400 4   | 23.861 0   | 25.036 6   |

表 2 软组织区域重建的不一致误差

| 重建  | CT 值/Hu    |            |            |
|-----|------------|------------|------------|
|     | $x_1=0$ mm | $x_2=0$ mm | $x_3=0$ mm |
| 宽能谱 | 5.926 5    | 7.903 9    | 10.234 4   |
| 单能谱 | 4.701 1    | 7.349 1    | 9.649 2    |
| 水校正 | 4.980 7    | 7.309 8    | 9.701 1    |
| 骨校正 | 4.948 5    | 7.369 8    | 9.636 1    |
| ECC | 5.166 6    | 7.415 0    | 9.807 8    |

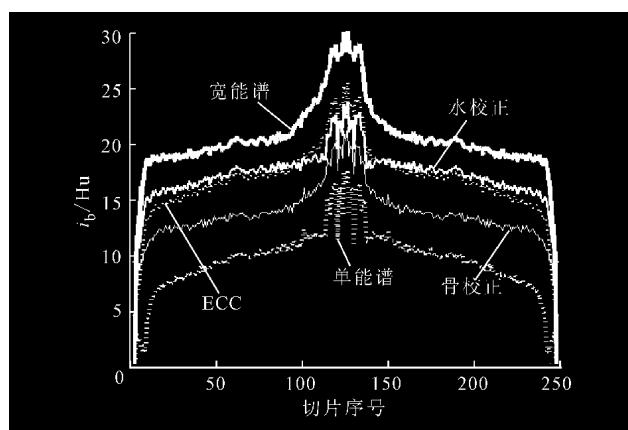


图6 模体  $x_3=0$  mm 切片骨区域重建的不一致误差

## 4 结 论

本文提出了数学 CT 模体宽能谱 X 射线投影的解析仿真方案,赋予模体物理意义,使仿真投影更接近真实投影,从而将 CT 重建和射束硬化校正这一对与成像对象密切相关的问题放在统一框架下进行

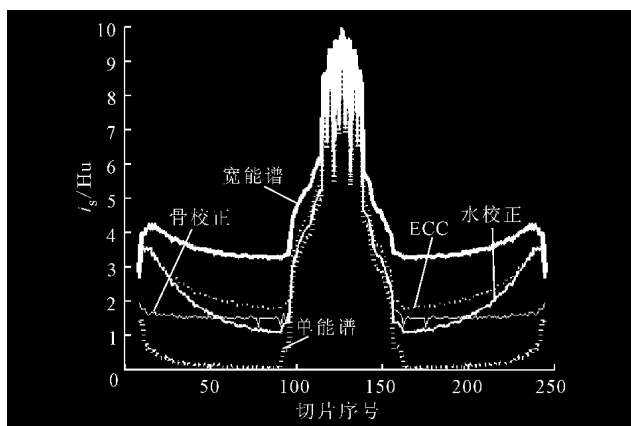


图7 模体  $x_3=0$  mm 切片软组织区域重建不一致性

研究. 实验结果表明, 本文的仿真方案与误差指标能够很好地反映各种校正方法的校正效果, 为开发评估新射束硬化校正方法提供了客观定量标准.

#### 参考文献:

- [1] 秦中元, 牟轩沁, 王平, 等. 一种通用的 X 射线锥形束投影生成算法 [J]. 西安交通大学学报, 2002, 36(2): 160-164.  
QIN Zhongyuan, MOU Xuanqin, WANG Ping, et al. Generalized algorithm for X-ray projections generation in cone-beam tomography [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2002, 36(2): 160-164.
- [2] 汤少杰, 牟轩沁, 闫浩. 基于医学 X 射线成像物理模型的模体投影仿真计算 [J]. 西安交通大学学报, 2006, 40(8): 901-905.  
TANG Shaojie, MOU Xuanqin, YAN Hao. Simulation calculation of phantom projections based on physics model of medical X-ray imaging [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2006, 40(8): 901-905.
- [3] TANG Shaojie, YU Hengyong, YAN Hao, et al. X-ray projection simulation based on physical imaging model [J]. Journal of X-ray Science and Technology, 2006, 14(3): 177-189.
- [4] MOU Xuanqin, TANG Shaojie, YU Hengyong. Comparison on beam hardening correction of CT-based HL consistency and normal water phantom experiment [DB/OL]. (2006-07-07) [2007-08-01]. <http://spiedigitallibrary.aip.org/getpdf/servlet/GetPDFServlet?filetype=pdf&id=PSIS/DG00631-8000001631181V000001&idtype=cvips>.
- [5] MOU Xuanqin, TANG Shaojie, YU Hengyong. A beam hardening correction method with HL consistency [OB/OL]. (2006-07-07) [2007-08-01]. <http://spiedigitallibrary.aip.org/getpdf/servlet/GetPDFServlet?filetype=pdf&id=PSISDG00631-8000001631181U000001&idtype=cvips>.
- [6] MCDAVID W D, WAGGENER R G, PAYNE W H, et al. Correction for spectral artifacts in cross-sectional reconstruction for X-rays [J]. Med Phys, 1977, 4(1): 54-57.
- [7] JOSEPH P M, SPITAL R D. A method for correcting bone induced artifacts in computed tomography scanners [J]. Journal of Computer Assisted Tomography, 1978, 2(1): 100-108.
- [8] KACHELRIEß M, SOURBELLE K, KALENDER W A. Empirical cupping correction: a first-order raw data pre-correction for cone-beam computed tomography [J]. Med Phys, 2006, 33(5): 1269-1274.
- [9] LAURITSCH G, BRUDER H. Head phantom [EB/OL]. (1998-01-01) [2007-08-01]. <http://www.imp.uni-erlangen.de/forbild/english/results/index.htm>.
- [10] WILFRIED S, THOMAS B, WOLFGANG S. Correlation between CT numbers and tissue parameters needed for Monte Carlo simulations of clinical dose distributions [J]. Physics in Medicine and Biology, 2000, 45(2): 459-478.
- [11] National Institute of Standards and Technology, Physics Laboratory. XCOM: photon cross sections database [EB/OL]. (1998-01-01) [2007-08-01]. <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/Text/XCOM.html>.
- [12] BOONE J M, SEIBERT J A. An accurate method for computer-generating tungsten anode X-ray spectra from 30 to 140 keV [J]. Medical Physics, 1997, 24(11): 1661-1670.
- [13] WANG Ge, LIN Tein-Hsiang, CHENG Ping-Cin, et al. A general cone-beam reconstruction algorithm [J]. IEEE Transaction on Medical Imaging, 1993, 12(3): 486-496.

(编辑 刘杨)